

REVISTA

DE LA

UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL

Año VI

Guayaquil, Abril 30 de 1935.

Núm. I.

**Trabajo del alumno del 4º año de Ingeniería,
Sr. José Manuel Albán A.,**

premiado en el concurso convocado por el Consejo Universitario,
entre los alumnos de la Facultad de Ciencias Físicas
y Matemáticas.

Estudio de una estructura o armadura de cubierta del tipo norteamericano.

SUMARIO: Síntesis histórica de la Estática. Consideraciones descriptivas generales de los elementos de una armadura de cubierta. Determinación de los esfuerzos desarrollados en las piezas de una armadura de cubierta del tipo norteamericano con seis tornapuntas y tirante horizontal, por el método gráfico de Cremona, comprobado por el método analítico de Ritter o de los momentos.—Cálculo de las secciones de cada una de las piezas.

La Estática, llamada antiguamente Mecánica de las Construcciones no es sino una científica combinación de las normas dadas por la Resistencia de Materiales y la Mecánica mediante la cual llegamos al conocimiento de las fuerzas exteriores e interiores de una estructura y por éste, a determinar las sec-

plano de la armadura y cuyo objeto es sostener a éstas verticales, para lo cual se apoyan en los pares de ellas; 3º los *cabrios*, que se apoyan sobre las correas en sentido perpendicular a ellas y colocados entre los espacios comprendidos entre dos armaduras; y 4º los *listones*, que se colocan perpendiculares a los cabrios y son destinados a sostener el material de cubierta. Es indudable que depende de la naturaleza de este material para utilizar todas o algunas de las piezas indicadas anteriormente; por ejemplo, al tratarse de lámina de zinc ondulado, de uso corriente entre nosotros, tan solo son necesarias las correas espaciadas a longitudes adaptadas al largo de la plancha de zinc que se vaya a usar. Aunque en este trabajo se contempla esta última circunstancia, en la figura 1-B y 1-C están indicadas todas las piezas descritas como componentes del entramado de la cubierta.

Procederemos ahora, al cálculo en sí mismo, no sin antes dejar constancia de que este trabajo no es una novedad científica; sino que constituye una aplicación de las normas dadas por la Estática Gráfica y la Resistencia de Materiales, con cuyo auxilio está comprobado ya que las ejecuciones empíricas en el ramo de la Construcción y de manera especial, en el de la Carpintería de armar, se sujetan tan solo a apreciaciones que, si bien es cierto están dadas por la experiencia y no dejan que desear en cuanto a sus condiciones de estabilidad y resistencia, sí están reñidas con el aspecto estético y, lo que es más importante aún, con el económico; pues, se emplean en ellas un exceso de material, ya sea en piezas innecesarias o en secciones mayores que las científicamente requeridas y que constituyen, en último término, un aumento bastante considerable tanto en el costo del material como en la obra de mano.

Se trata de aplicar el método de Cremona para la determinación de los esfuerzos desarrollados en las piezas de una armadura del tipo norteamericano con seis jabalcones y tirante horizontal, indicada en la pág. 736 del Tratado de Edificación de Barberot, para luego comprobar estos resultados por el método de Ritter y calcular después las secciones de cada una de las piezas.

Los datos al caso que nos ocupa son los siguientes:

Se trata de una cubierta que debe ser de láminas de zinc ondulado para un gimnasio cuyas dimensiones son, 25 metros de largo por 16 de ancho. Por tanto la luz de las armaduras



Fig. 1-a
Section Transversal



Fig. 1-b
View from Tower

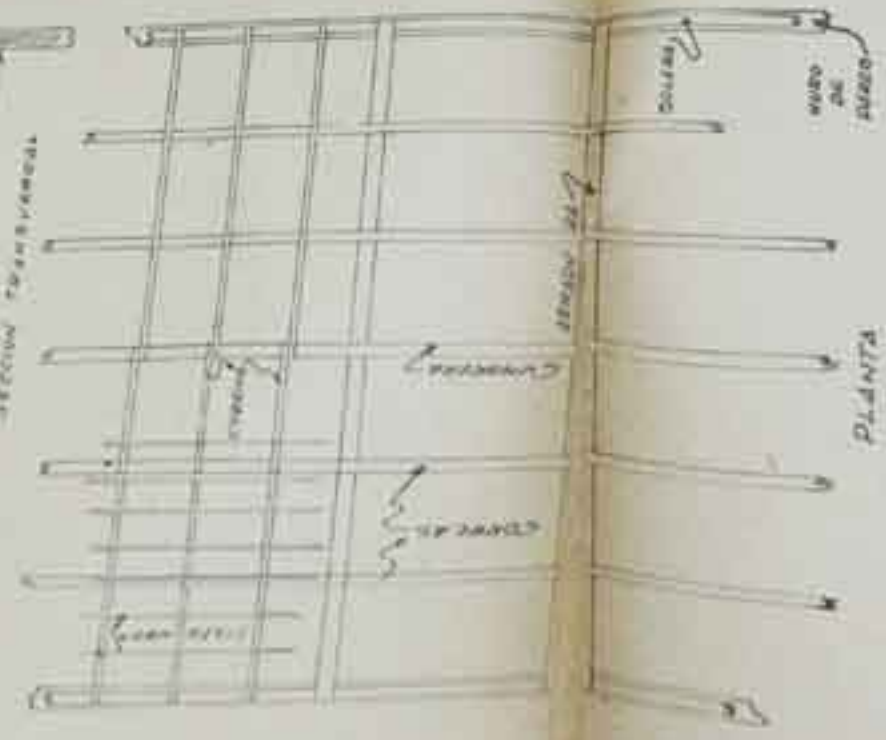


Fig. 1-c



Fig. 2
Truss structure

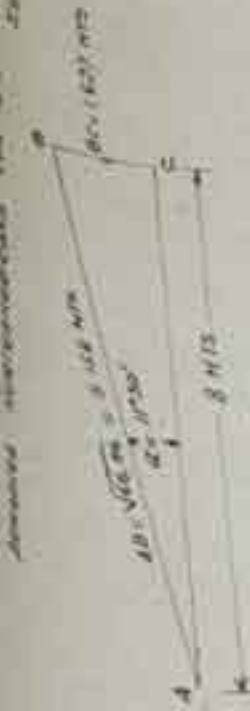


Fig. 3

es el ancho del gimnasio a sea 16 metros. Para los efectos del reparto simétrico de las áreas de carga en cada armadura las vamos a repartir a distancias de 5 metros; esto es, que en total son 6 armaduras las que han de emplearse conforme se indica en la figura 2 de la página anterior.

Primeramente vamos a determinar las características métricas de las piezas de la armadura, de acuerdo con el ángulo de inclinación de los pares, con respecto a la horizontal, que le corresponden según el material de cubierta que se va a emplear.

En el gráfico que da Barberot, en la pág. 209 de su Tratado de Edificación, encontramos que, para el zinc, el ángulo de inclinación de los pares con respecto a la horizontal, es de $11^{\circ}30'$ y para una media luz de 1 metro da una flecha de 0,29 y una longitud del par de 1,01 M. Luego en nuestro caso, tomando este ángulo de inclinación, en la media luz de 8 metros tendremos:

$$\text{flecha} = 8 \times 0,29 = 2,32 \text{ mts.}$$

$$\text{longitud del par} = 8 \times 1,01 = 8,08 \text{ „}$$

Estos datos pueden comprobarse trigonométricamente, teniendo en cuenta la fig. 3 de la página anterior, la cual nos representa nuestra media armadura constituida, en sus contornos, por un triángulo rectángulo ABC en el que tenemos conocidos: AC = 8 mts. y el ángulo $\alpha = 11^{\circ}30'$.—Tendremos que encontrar la flecha BC y la longitud del par AC, de la siguiente manera:

$$\text{flecha BC} = 8 \times \text{tg. } 11^{\circ}30' = 8 \times 0,20345 = 1,627 \text{ mts.}$$

Conocido BC obtendremos la longitud del par del siguiente modo:

$$\text{par AB} = \sqrt{8^2 + 1,6^2} = \sqrt{66,56} = 8,158 \text{ mts.}$$

Como estas cifras están tan próximas a las dadas por el cuadro que hemos mencionado, vamos a adoptarlas en la armadura que estamos calculando.

A fin de que la distribución de las cargas y sobrecargas sobre los pares y la transmisión de ellas a las demás piezas, sean simétricas, y, teniendo presente que el material de cubierta que se va a emplear es plancha de zinc ondulado calibre N° 18, aconsejado por Barberot, material éste que tiene, según el catálogo de la United States Steel Products Co. 7' (2,13 Mts.) de largo, por 32" (0,82 M) de ancho, los pares se dividirán en 8 partes iguales, debiendo situarse por tanto, a cada 2,04 Mts. de distancia, una correa. De este modo se apoyarán en los dos pares de cada armadura 7 correas en las cuales se han de fijar las

extremidades de las planchas de zinc de cuya longitud quedará un sobrante de $2,13 - 2,04 = 0,09$ mts. para su debida fijación y enlace entre unas y otras.

Para proceder a la determinación de los esfuerzos desarrollados en cada una de las piezas de la armadura y luego al cálculo de sus secciones en función de los citados esfuerzos, es preciso comenzar por determinar las cargas y sobrecargas que va a soportar la armadura, cuyo análisis y cálculo lo damos a continuación:

Cargas permanentes:

Peso del zinc [s/Hütte-Tomo III, pág. 410.)	8 Kgs. p/m.2 de cubierta
„ de las correas [Id. y Colombo, p.262].	16 „ „ „ „
Total.	24 Kgs. p/m.2 „ „

Peso de la armadura:

Este lo calcularemos por la fórmula de Merriman: $P = \frac{a \times l}{2} (1 + \frac{l}{10})$

en la cual: P = peso de la armadura en libras

a = distancia entre armaduras, en pies.

l = luz en pies.

$$P = \frac{32.8 \times 52.5}{2} (1 + \frac{52.5}{10}) = 5381 \text{ lbs.} = 2445 \text{ Kgs.}$$

Cargas variables:

La presión del viento se puede calcular como sigue:

Según Colombo, en su Manual del Ingeniero pág. 211 y Hütte en el Tomo III, pág. 56 de su Manual del Ingeniero, un viento cuya velocidad sea de 30 a 40 mts. por segundo ejerce una presión de 100 a 200 Kgs. por metro cuadrado actuando sobre una superficie normal a su dirección; pero como se supone que corre horizontalmente, la componente normal a la cubierta o sea el empuje efectivo del viento sobre ella, será:

Adoptando una velocidad de 35 mts. por segundo, la presión será 150 Kgs/ m². Ahora bien, según el Reglamento prusiano de Obras Públicas conteniendo el "Manual del Constructor" de Zorua y Sastre (pág. 378) la componente normal al plano de la cubierta está dado por la fórmula:

$$p_1 = p \cdot \sin. a$$

en la cual: p_1 = presión del viento actuando normal al plano de la cubierta

p = „ „ „ „ „ „ a su dirección

a = ángulo de inclinación de la cubierta con la horizontal (siendo la presión p , en Kg./M² de cubierta)

Aplicando esta fórmula:

$$p. = 150 \cdot \sin 11^{\circ}30' = 150 \times 0,19937 = 150 \times 0,2 = 30 \text{ Kp/m}^2$$

Determinación de las cargas en los nudos intermedios:

$$\text{Area de carga para cada nudo: } 5 \times 2,04 = 10,2 \text{ m}^2$$

$$\text{peso de la cubierta: } 10,2 \times 24 \dots\dots\dots 244,8 \text{ Kgs.}$$

$$2,445$$

$$\dots\dots\dots \text{armadura: } \frac{\dots\dots\dots}{8} = \dots\dots\dots 306,-$$

$$\text{Carga total en cada nudo intermedio } \dots\dots\dots 550,8 \text{ Kgs.}$$

Es de observar que el peso total de la armadura, se ha dividido para 8 porque son 7 nudos intermedios más los nudos de los apoyos que reciben cada uno la mitad de la carga de los intermedios integrando los dos la carga completa, para un nudo, que viene a ser el octavo de los que se han tomado en cuenta.

Determinación de las cargas en los nudos de los extremos o apoyos:

Por el hecho de tener los nudos extremos un área de carga igual a la mitad de la de los nudos intermedios y, así mismo, por corresponderles a cada uno la mitad de la proyección horizontal del peso de la armadura de la que le corresponde a los otros, las cargas que actúan en cada uno de los apoyos será:

$$\text{Area de carga para cada nudo: } 5 \times 1,02 = 5,1 \text{ m}^2$$

$$\text{Peso de la cubierta. } 5,1 \times 24 \dots\dots\dots 122,4 \text{ Kgs.}$$

$$\text{Peso de la armadura } 306 \dots\dots\dots 153 \dots\dots\dots$$

$$\frac{2}{2} \text{ Total. } \dots\dots\dots 275,4 \text{ Kgs.}$$

o sea la mitad de la carga que soporta cada nudo intermedio:

$$\frac{550,8}{2} = 275,4 \text{ Kgs.}$$

Determinación del empuje del viento en cada nudo:

$$\text{Area sobre la que actúa el viento: } 5 \times 2,4 = 10,2 \text{ m}^2$$

$$\text{Empuje en cada nudo: } 10,2 \times 30 = 306 \text{ Kgs. en los nudos intermedios.}$$

$$306$$

$$\text{y, } \frac{\dots\dots\dots}{2} = 153 \dots\dots\dots \text{ extremos}$$

El empuje del viento en cada vertiente de la armadura será:

$$8,16 \times 5 \times 30 = 1.224 \text{ Kgs.}$$

que dividido para 4 nudos (3 nudos intermedios y 1 repartido en 2 mitades en los extremos) dan los 306 Kgs. obtenidos antes.

Una vez analizadas y calculadas debidamente todas las cargas capaces de actuar sobre la cubierta, así como el peso de la armadura, vamos a entrar de lleno a la determinación de los esfuerzos desarrollados en cada una de las piezas de la arma-

dura en estudio. Esto lo vamos a llevar a efecto valiéndonos del método gráfico de Cremona o de las figuras recíprocas, que se funda en la combinación de las fuerzas exteriores, incluyendo las reacciones, con los esfuerzos de las barras, en un diagrama formado por triángulos y que se refiere a toda la estructura, combinación gráfica mediante la cual se determina todos los esfuerzos de las diferentes piezas de una armadura y que, por estas razones, el más usado.

Para el proceso gráfico que vamos a realizar emplearemos la notación de Bow por ser la más sencilla. Ella consiste (fig. 2) en llamar a los esfuerzos, tanto los exteriores como los desarrollados en las barras, por medio de 2 letras minúsculas localizadas a ambos lados de la barra o fuerza que se considere, de tal manera que al construir el polígono dinámico o de las fuerzas, se designa la magnitud del mismo esfuerzo por medio de las mismas letras pero mayúsculas, colocadas en las 2 extremidades del vector representativo de dichos esfuerzos. Así por ejemplo, en la figura 2, la fuerza *ab* es la que está entre tales letras y la misma designación pero con letras mayúsculas colocadas en los extremos del vector correspondiente, se emplea para llamarla en el polígono de las fuerzas.

Para tener el convencimiento de la corrección del proceso gráfico es preciso que el diagrama quede cerrado para lo cual deben tenerse presente las siguientes prescripciones dadas por el Dr. Ing. Rudolf Saliger, profesor de la Escuela Técnica Superior de Viena:

“1. — Las fuerzas exteriores (cargas y reacciones de apoyo) han de colocarse en el diagrama, en forma correlativa, es decir, en el mismo orden en que se encuentran en la estructura, al recorrerla en un cierto sentido cíclico (que por lo general es el del movimiento de las agujas de un reloj). Esta restricción produce, evidentemente, el cierre del polígono vectorial sobre sí mismo.

2. — Ha de iniciarse la operación en un nudo simple, y se prosigue en otro contiguo en el que sólo sean desconocidos dos esfuerzos, rodeando siempre la estructura en el sentido admitido.

3. — Los esfuerzos han de constar en el diagrama en el orden consecutivo en que se encuentran las respectivas barras al enumerarlas en el sentido cíclico general admitido alrededor del nudo que se considere.

ESCALAS:
DE LONGITUDES:
1 cm = 1 m
2 cm = 1000 K o 1 cm = 500 K

$2\text{ cm} = 1000\text{ K}$ o $1\text{ cm} = 500\text{ K}$ 

4. — Las fuerzas que actúan en un mismo nudo (cargas aplicadas y esfuerzos en las barras), deberán formar un polígono vectorial cerrado en el diagrama; las direcciones vienen dadas al recorrer el vectorial en el orden de consecutividad citado en la regla 3.

5. — Los esfuerzos correspondientes a barras que en la estructura forman triángulo, concurren en un mismo punto del diagrama".

Ahora bien, al hacer el estudio de los esfuerzos que actúan en la armadura que estamos estudiando hemos concluido que ellos son de 2 clases: unos permanentes, como son el peso propio de la armadura y el peso del material de cubierta con su entramado, y, otros no permanentes, como es el empuje del viento.

Entonces, primeramente vamos a determinar gráficamente los esfuerzos desarrollados en las barras en virtud de las cargas permanentes, y luego determinaremos los esfuerzos producidos por la acción del viento, para entonces efectuar las sumas de ellos para las barras respectivas y poder calcular así sus secciones.

Determinación de los esfuerzos producidos por las cargas permanentes:

Habíamos ya determinado que la carga permanente sobre cualquier nudo intermedio, era de 550,8 Kgs. Pues bien, como la armadura es simétrica basta calcular la mitad de ella, ya que los esfuerzos en las barras de la otra mitad son iguales respectivamente, como iguales son las reacciones en los apoyos. Como las fuerzas son iguales y paralelas entre sí, trazaremos sobre una sola línea vertical y a una escala conveniente, que en nuestro caso es: 1 cm. = 500 Kgs., todas las fuerzas que actúan en la media armadura: esta línea ABCDEZ (fig. 4-B) será el dinámico o polígono de las fuerzas y representa el valor de una de las reacciones de los apoyos.

Siguiendo las reglas dadas anteriormente comenzaremos la construcción del polígono de Cremona (fig. 4-B) por el nudo simple del apoyo izquierdo en el cual tenemos conocidas la reacción cuyo valor es $\frac{550,8 \times 8}{2} = 2.203,2$ Kgs. y la fuerza *a b* cuyo valor es 275,4 Kgs.

Estas dos fuerzas son paralelas y de sentido contrario y tienen la misma línea de acción, por tanto solo quedará ac-

tuando el resultado de la diferencia: $2.203,2 - 275,4 = 1.927,8$ Kgs. representada en el dinámico por el vector ZB. Por el extremo B de éste, tracemos una paralela a la barra $b k$ la cual estará limitada por la intersección de otra línea que a partir de Z la trazaremos paralela a la barra $k z$. Las longitudes de los vectores BK y KZ, interpretadas en la escala adoptada nos dá el esfuerzo 9.500 Kgs. y 9.300 Kgs., respectivamente y en lo relativo a la clase de esfuerzos, observamos que si la dirección de la reacción tomada inicialmente es de Z a B, es evidente que, para que haya equilibrio en las barras es preciso que los vectores del dinámico sigan el orden cíclico, esto es, que BK actuará de B a K y por tanto será esfuerzo de compresión en el nudo del apoyo izquierdo; en tanto que, KZ actuará de K a Z siendo por consiguiente esfuerzo de tensión en el mismo nudo.

Pasando al nudo $zklz$ en donde tenemos conocido $z k$ y desconocidos $k l$ y $l z$. Partimos de K a Z luego pasamos a la barra $K l$ en la cual no se desarrolla ningún esfuerzo como demuestra el polígono de Cremona y por último a la barra $l z$ cuya magnitud y sentido (tensión en el nudo considerado) está dado por el vector $LZ = KZ = 9.300$ Kgs.

Luego pasamos al nudo $kbcml$ en el cual tenemos conocidos los esfuerzos LK, KB y BC. Para determinar los valores de $c m$ y $m l$, se trazan, siguiendo el orden cíclico, a continuación de LK, KB, BC, por el extremo C, una paralela a la barra $c m$ que es CM y por la extremidad L, una paralela a $l m$ que es LM, estas líneas limitadas por sus intersecciones en M, dan la magnitud de los esfuerzos desarrollados en las respectivas barras, los mismos que interpretados en la escala adoptada dan los valores 8.100 y 1.375 Kgs. respectivamente. Sus sentidos son: compresión y tensión, en su orden, con respecto al nudo que estamos considerando.

Este proceso continúa en la misma forma hasta llegar a determinar todos los esfuerzos de la media armadura los cuales serán correspondientemente iguales a los de la otra mitad por la simetría que existe, ya sea en la repartición de las cargas como en el tipo de la armadura mismo.

Indicaremos, sin embargo, que siguiendo las reglas dadas anteriormente, una comprobación de que los esfuerzos están bien determinados se realiza al término del polígono, el cual debe quedar siempre cerrado. En nuestro caso, tal cosa ha sucedido, pues, observando la fig. 4-B vemos que el penúltimo

polígono que ha quedado cerrado es el correspondiente al nudo *odeqp*, cuyos lados han quedado determinados por los vectores OD, DE, EQ, QP, y PO. Luego pasando al nudo de la cumbrera *qefr*, tenemos en él conocidos *qe* y *ef*; pues bien, siguiendo el orden cíclico se ha trazado en el polígono Cremona las respectivas paralelas: por el extremo Q una paralela a la barra *q r* que es QR y por el extremo F de la fuerza EF cuya mitad pertenece a la otra mitad de la armadura, se ha trazado una paralela a *f r*, la cual ha interceptado a QR en un punto sobre el vector BK, quedando por tanto; cerrado también este último polígono.

De este modo e interpretando cada una de las longitudes por medio de la escala adoptada, se han obtenido los valores de los esfuerzos consignado en el cuadro I que está al pie de la fig. 4-B en la pág. 7.

Ahora bien, no es demás comprobar por el método de Ritter (analítico o de los momentos) los esfuerzos de una o más barras cualesquiera. Por ejemplo: Consideremos la sección S-S, que cortan las barras *d o*, *o n*, *n z*, y calculemos el esfuerzo de *do* tomando para ello los momentos con respecto al nudo en el que concurren las otras dos barras cortadas por la sección o sea con respecto al nudo *znopz*; entonces tendremos:

Mom. de la Reacción Izquierda—Mom de las fuerzas exteriores *ab*, *bc*, *cd* debe ser igual al Mom. de la fuerza *d o*

Expresando esto numéricamente, tenemos:

$$2.203,2 \times 6 - 275,4 \times 6 - 550,8 \times 4 - 550,8 \times 2 = 1,2 \times DO$$

De donde $DO = 6.885$ Kgs.

En la ecuación de los momentos se observa que siendo las fuerzas paralelas y en sentido contrario, sus respectivos momentos son también de sentido contrario. El valor encontrado para DO es tan aproximado al de 6.800 Kgs. que se ha encontrado gráficamente, que en la práctica es suficiente este último para los efectos del cálculo. Creemos innecesario continuar la comprobación de la exactitud de los resultados hallados por el método de Cremona, puesto que ya se ha hecho con la barra DO.

Cabe observar aquí que el diagrama Cremona da un esfuerzo nulo para la barra *k l*; pero es indudable que si en verdad dicha barra no desarrolla ningún esfuerzo, no es menos cierto que su función se concreta a evitar la flexión del tirante *z k*, función bastante importante en la estabilidad del sistema.